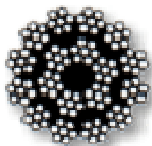
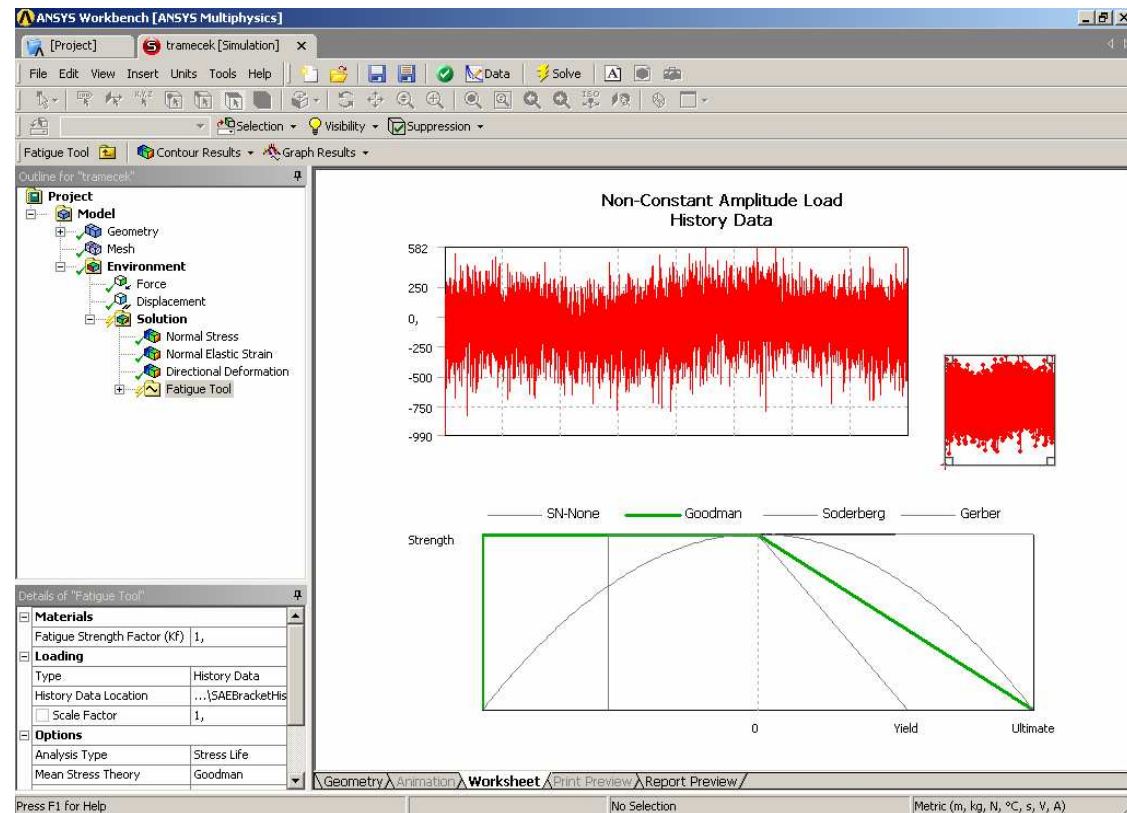


## 5. Únava materiálu – S-n přístup (Stress-life)



## Příklad

**Zadání:** Vytvořte přibližný S-n diagram pro ocelovou tyč a vyjádřete její rovnici. Jakou životnost můžeme očekávat při zatížení souměrně střídavým cyklem o amplitudě 100 MPa?

**Je dáno:** Mez pevnosti  $R_m = 600$  MPa, tyč má průřez čtverce o straně 150 mm a je vyrobena válcováním za tepla. Součást může pracovat až za teploty 500 °C. Zatížena bude střídaným ohybem.

**Řešení:**

$$\sigma_C = \sigma'_C \cdot C_{\text{velikost}} \cdot C_{\text{zatížení}} \cdot C_{\text{kval. pov.}} \cdot C_{\text{zprac. pov.}} \cdot C_{\text{teplota}} \cdot C_{\text{prostředí}} \cdot \dots$$

$$\sigma'_C \cong 0,5 \cdot R_m = 0,5 \cdot 600 = 300 \text{ MPa}$$

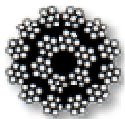
$$A_{95} = 0,05bh = 0,05 \cdot 150 \cdot 150 = 1125 \text{ mm}^2$$

$$d_{\text{ekviv}} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0,0766}} = \sqrt{\frac{1125}{0,0766}} = 121,2 \text{ mm}$$

$$C_{\text{velikost}} = 1,189 d_{\text{ekviv}}^{-0,097}$$

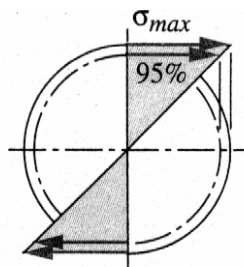
$$C_{\text{velikost}} = 1,189 (121,2)^{-0,097} = 0,747$$

$$C_{\text{zatížení}} = 1,0$$

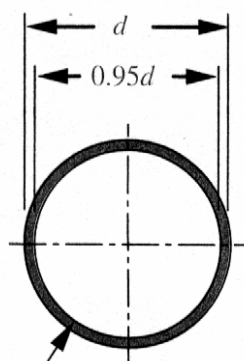


# Příklad

## Ekvivalentní průměr

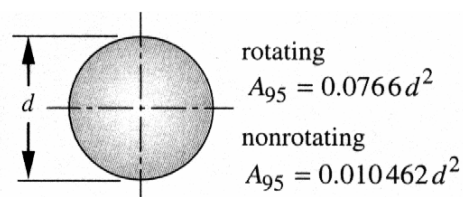


(a) Stress distribution

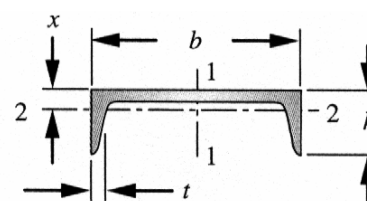


(b) Area above 95%  
 $A_{95} = 0.0766d^2$

for $d \leq 0.3 \text{ in (8 mm)}$ :	$C_{size} = 1$
for $0.3 \text{ in} < d \leq 10 \text{ in}$ :	$C_{size} = 0.869d^{-0.097}$
for $8 \text{ mm} < d \leq 250 \text{ mm}$ :	$C_{size} = 1.189d^{-0.097}$

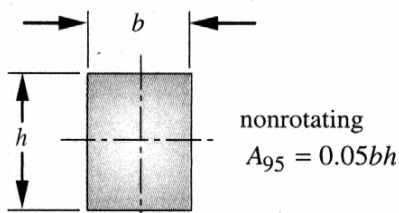


(a) Solid or hollow round

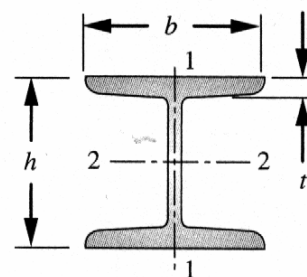


(b) Channel

nonrotating  
 $A_{95_{1-1}} = 0.05bh$ ,  $t > 0.025b$   
 $A_{95_{2-2}} = 0.05bx + t(h-x)$



(c) Solid rectangular



(d) I beam

nonrotating  
 $A_{95_{1-1}} = 0.10bt$   
 $A_{95_{2-2}} = 0.05bh$ ,  $t > 0.025b$



## Příklad

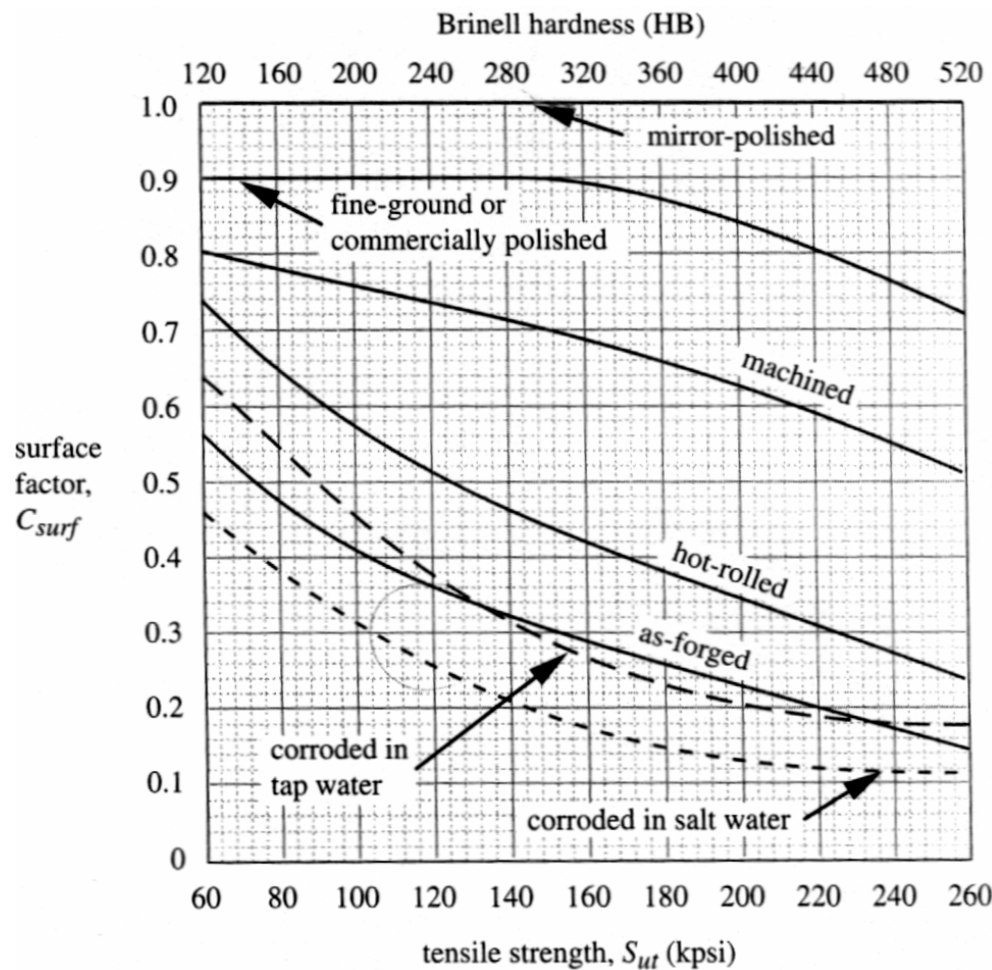


FIGURE 6-26

Surface Factors for Various Finishes on Steel (From Fig. 12.6, p. 234, R. C. Juvinall, *Stress, Strain, and Strength*. McGraw-Hill, New York, 1967, with permission)

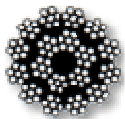
$$R_m = 600 / 6.895 = 87 \text{ kpsi}$$

$$C_{\text{kval. povrch}} = A \cdot R_m^b = 57,7 \cdot 600^{-0,718} = 0,584$$

Table 6-3 Coefficients for Surface-Factor Equation 6.7e

Source: Shigley and Mischke, *Mechanical Engineering Design*, 5th ed., McGraw-Hill, New York, 1989, p. 283 with permission

Surface Finish	For $S_{ut}$ in MPa use		For $S_{ut}$ in kpsi (not psi) use	
	A	b	A	b
Ground	1.58	-0.085	1.34	-0.085
Machined or cold-rolled	4.51	-0.265	2.7	-0.265
Hot-rolled	57.7	-0.718	14.4	-0.718
As-forged	272	-0.995	39.9	-0.995



## Příklad

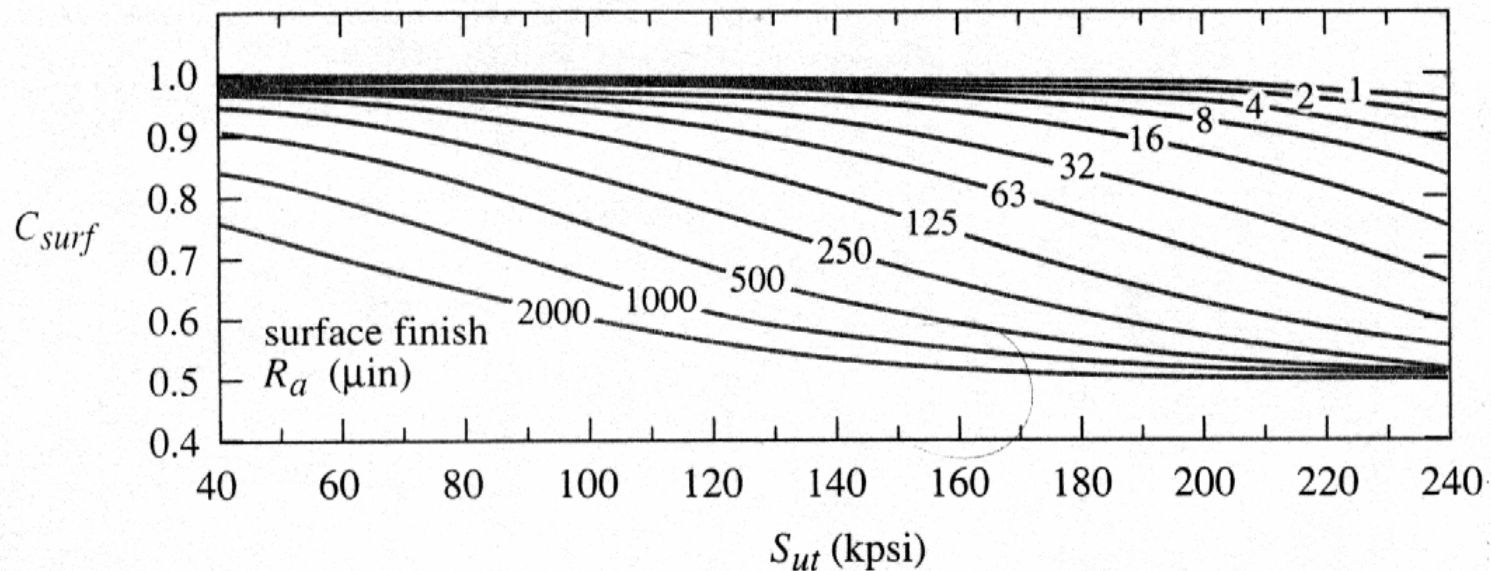


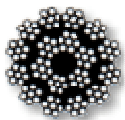
FIGURE 6-27

Surface Factor as a Function of Surface Roughness and Ultimate Tensile Strength (From R. C. Johnson, *Machine Design*, vol. 45, no. 11, 1967, p. 108, Penton Publishing, Cleveland, Ohio, with permission)

$$\text{pro } T \leq 450^\circ\text{C} \quad C_{teplota} = 1$$

$$\text{pro } 450^\circ\text{C} < T \leq 550^\circ\text{C} \quad C_{teplota} = 1 - 0,0058(T - 450)$$

$$C_{teplota} = 1 - 0,0058(550 - 450) = 0,71$$





## Příklad

Mez únavy pro danou součást:

$$\sigma_c = 300 \cdot 1 \cdot 0,747 \cdot 0,584 \cdot 0,71 = 93 \text{ MPa}$$

Pokud uvážíme navíc spolehlivost, např. 99.9 %, dostaneme po korekci:

$$\sigma_c = 300 \cdot 1 \cdot 0,747 \cdot 0,584 \cdot 0,71 \cdot 0,753 = 70 \text{ MPa}$$

Pro konstrukci S-n diagramu budeme potřebovat hodnotu  $\sigma_{1000}$ :

$$\sigma_{1000} = 0,9 \cdot R_m = 0,9 \cdot 600 = 540 \text{ MPa}$$

$$b = \frac{1}{z} \log \left( \frac{\sigma_{1000}}{\sigma_c} \right) = -\frac{1}{3} \log \left( \frac{540}{70} \right) = -0,2958$$

$$z = \log n_1 - \log n_2 = \log(10^3) - \log(10^6) = -3$$

$$\log(C) = \log(\sigma_{1000}) - b \log(n_1)$$

$$\log(C) = \log(540) - (-0,2958) \cdot \log(1000)$$

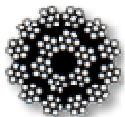
$$C = 4165,71 \quad 10^3 \leq n \leq 10^6$$

## Spolehlivost

Table 6-4

Reliability Factors  
for  $S_d = 0.08 \mu$

Reliability %	$C_{\text{reliab}}$
50	1.000
90	0.897
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659



## Příklad

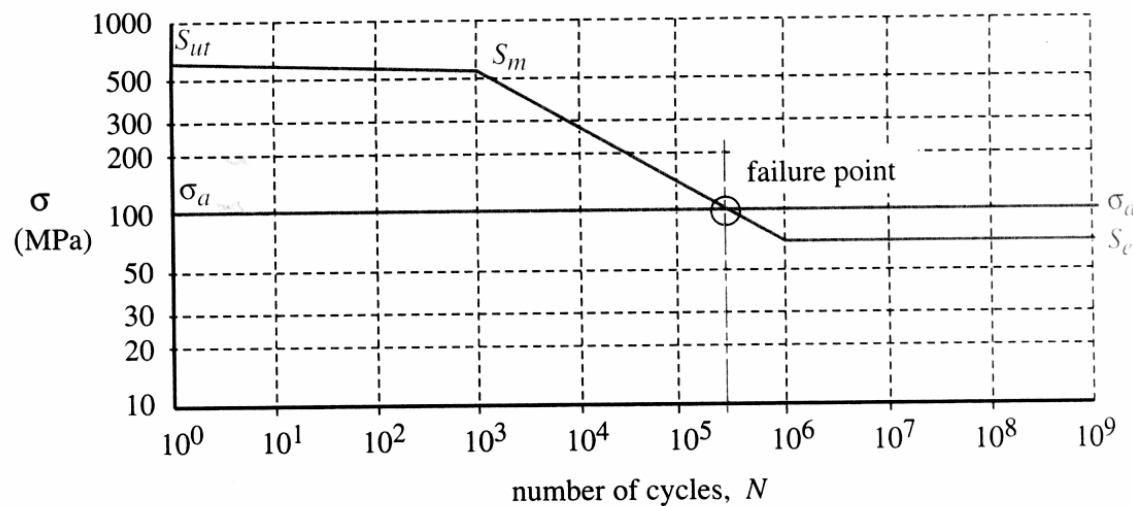


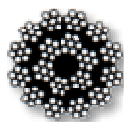
FIGURE 6-34

S-N Diagram and Alternating Stress Line Showing Failure Point for Example 6-1

$$\sigma_n = C \cdot n^b = 4165,71 n^{-0,2958} \text{ MPa}$$

$$100 = 4165,71 n^{-0,2958} \text{ MPa}$$

$$n = 10^{5,4763} = 30000 \text{ cyklů}$$

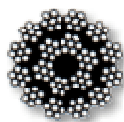


# Mez únavy

## Odhad meze únavy

z prezentace prof. M. Růžičky

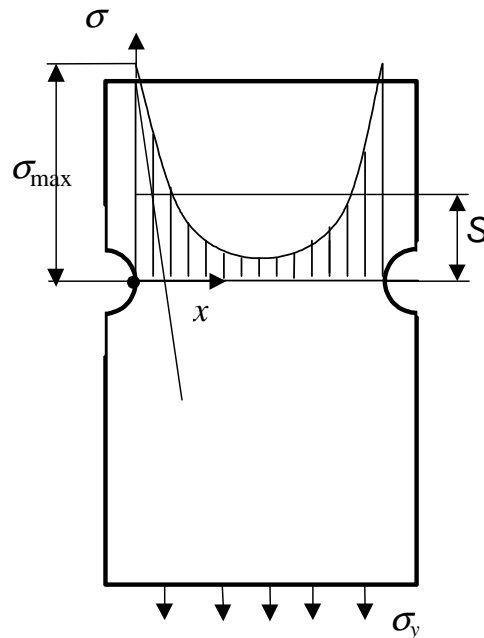
Vyhodnocovaná veličina	Vztah pro mez únavy při $R=-1$ (pravděpodobnost poruchy $P=50\%$ ) [MPa]	Koeficienty a podmínky platnosti	Autor
mez pevnosti $R_m$ [MPa]	$\sigma_{-1}=0,432 \cdot R_m+2,2$ $\sigma_{-1}=0,46 \cdot R_m$ $\sigma_{-1}=\frac{1}{6} R_m+400$ $\tau_{-1}=0,27 \cdot R_m$ $\tau_{-1}=0,249 \cdot R_m+2,5$	konstrukční oceli oceli do $R_m=1400$ MPa oceli do $R_m=1200$ až 1800 MPa oceli $R_m \leq 1200$ konstrukční oceli	Buch Žukov Ponomarjev Žukov Buch
mez kluzu v tahu $R_e$ a krutu $\tau_k$ [MPa]	$\sigma_{-1}=0,452 \cdot R_e+94$ $\sigma_{-1}=0,45 \cdot R_e+122$ $\tau_{-1}=0,448 \cdot \tau_k+52$	konstrukční oceli konstrukční oceli konstrukční oceli	Buch Žukov Buch
skutečná lomová pevnost $\sigma_f$ [MPa]	$\sigma_{-1}=0,35 \cdot \sigma_f-10$ $\sigma_{-1}=0,315 \cdot \sigma_f-19$	konstrukční oceli konstrukční oceli	Žukov Mc-Adam
tvrdost $HB$ [MPa]	$\sigma_{-1}=(0,128 \dots 0,156) \cdot HB$ $\sigma_{-1}=(0,168 \dots 0,222) \cdot HB$	uhlíkové oceli legované oceli	Grebenik Grebenik
meze $R_m, R_e$ [MPa]	$\sigma_{-1}=0,285 \cdot (R_e + R_m)$	konstrukční oceli	Šapošnikov





# Koncentrace napětí

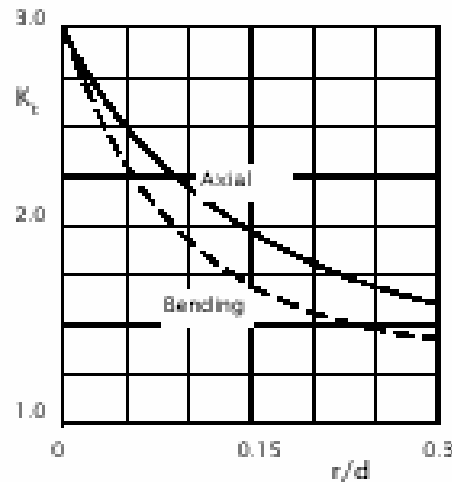
## Vruby



Součinitel koncentrace napětí  
(teoretický):

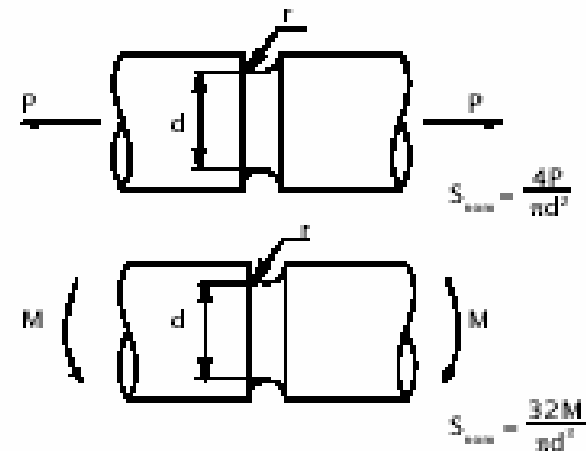
$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{S}$$

$$K_t \geq K_f$$



Součinitel vrubu:

$$K_f = \frac{\sigma_{C(\text{bez vrubu})}}{\sigma_{C(\text{s vrubem})}}$$

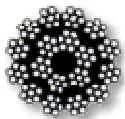


$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$$

$q = 0$  pro  $K_f = 1$  (není  
vliv vrubu)

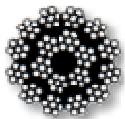
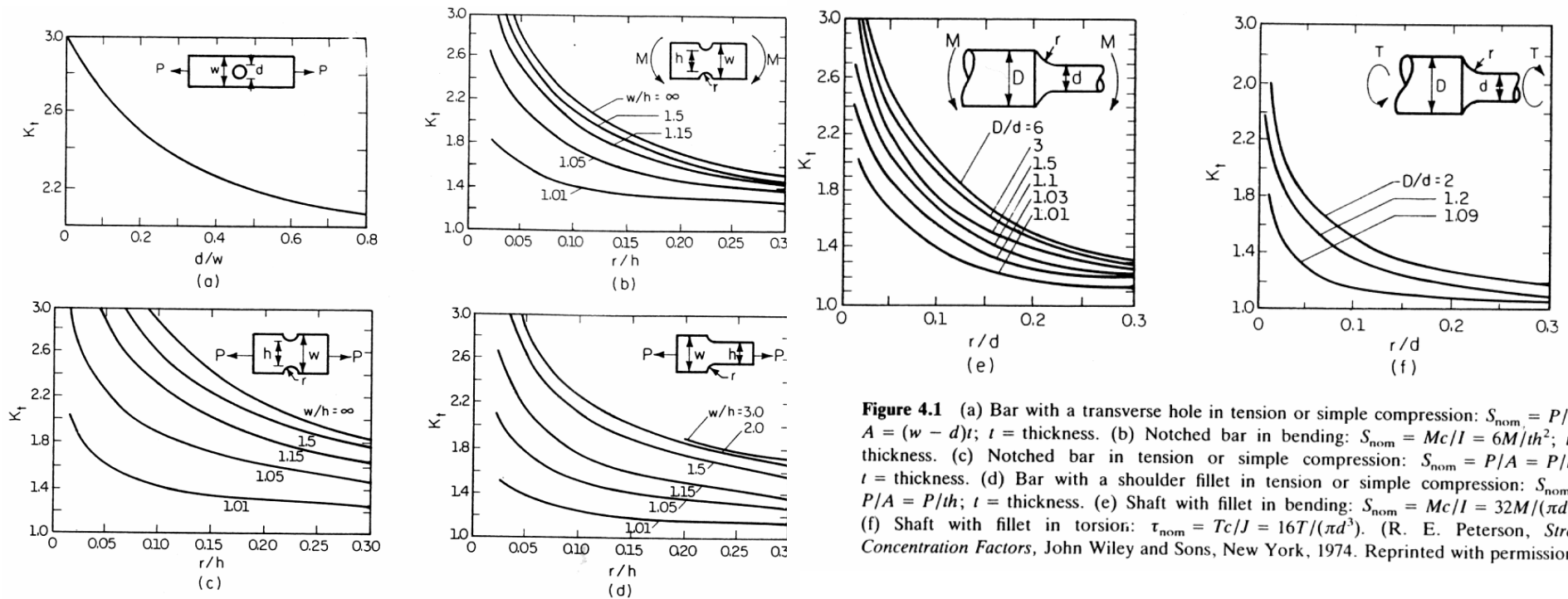
$q = 1$  pro teoreticky  
nejvyšší hodnotu  $K_f = K_t$

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$



# Koncentrace napětí

## Součinitel koncentrace napětí (Peterson)



# Koncentrace napětí

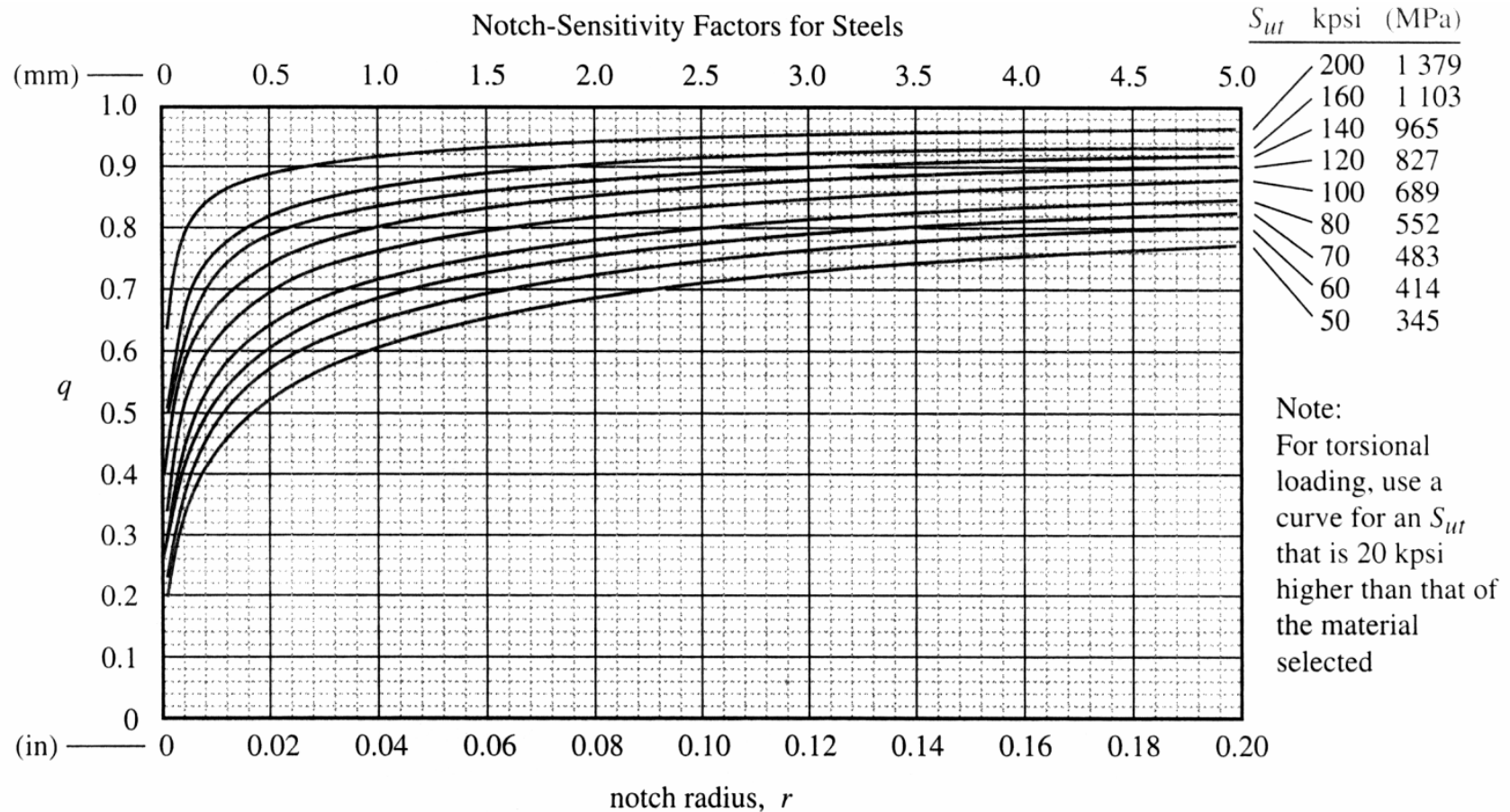
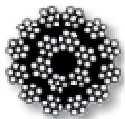


FIGURE 6-36 Part 1

Notch-Sensitivity Curves for Steels Calculated from Equation 6.13 Using Data from Figure 6-35 as Originally Proposed by R. E. Peterson in "Notch Sensitivity," Chapter 13 in *Metal Fatigue* by G. Sines and J. Waisman, McGraw-Hill, New York, 1959.



# Koncentrace napětí

Peterson:  $q = \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{r}\right)}$

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{\left(1 + \frac{a}{r}\right)}$$

$$a = \left( \frac{300 \cdot 6,895 [MPa]}{R_m [MPa]} \right)^{1,8} \cdot 0,0254 \text{ mm}$$

Neuber:  $q = \frac{1}{\left(1 + \sqrt{\frac{\rho}{r}}\right)}$

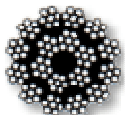
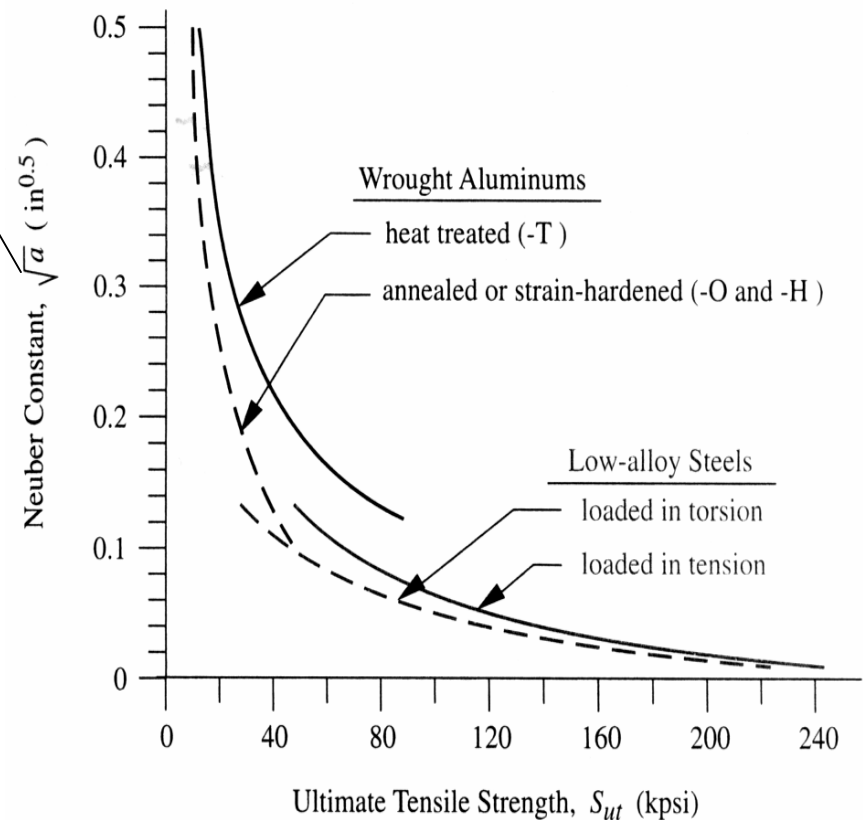
$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{\left(1 + \sqrt{\frac{\rho}{r}}\right)}$$

Table 6-6  
Neuber's Constant  
for Steels

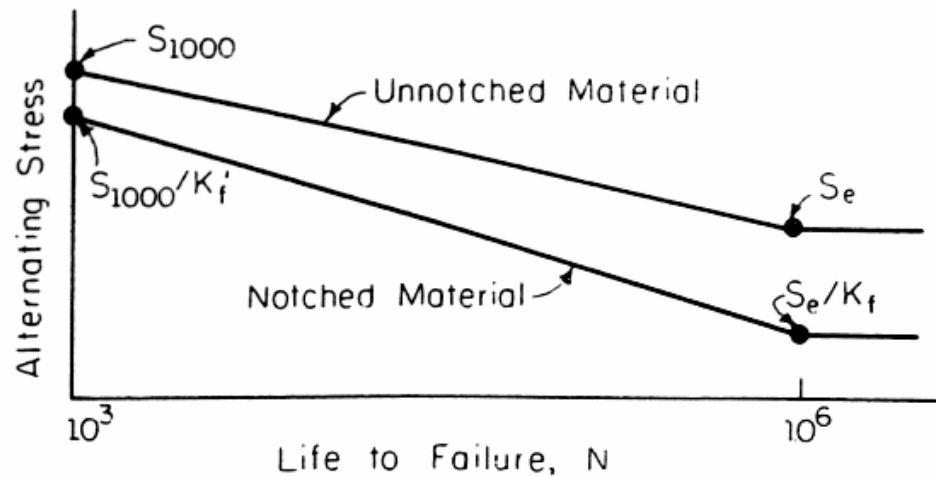
$S_{ut}$ (ksi)	$\sqrt{a}$ (in <sup>0.5</sup> )
50	0.130
55	0.118
60	0.108
70	0.093
80	0.080
90	0.070
100	0.062
110	0.055
120	0.049
130	0.044
140	0.039
160	0.031
180	0.024
200	0.018
220	0.013
240	0.009

Table 6-8  
Neuber's Constant  
for Hardened Aluminum

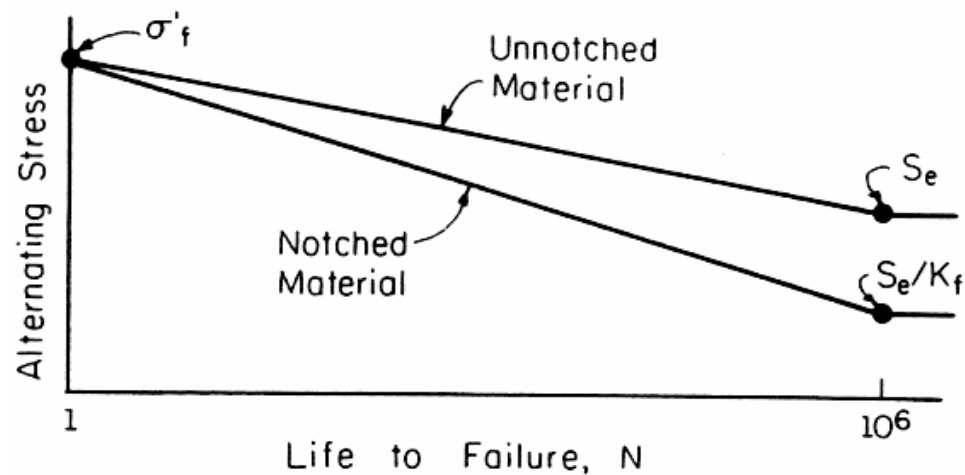
$S_{ut}$ (kpsi)	$\sqrt{a}$ (in <sup>0.5</sup> )
15	0.475
20	0.380
30	0.278
40	0.219
50	0.186
60	0.162
70	0.144
80	0.131
90	0.122



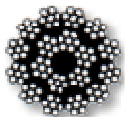
## Koncentrace napětí



**Figure 4.11** Modification of  $S$ - $N$  curve for notched components: Juvinall approach.



**Figure 4.12** Alternative modification of  $S$ - $N$  curve for notched components.



## Příklad

Ocelová tyč (zatížená axiálně tahem o  $R = -1$ ) o šířce 25 mm a tloušťce 6 mm je opatřena dvěma proti sobě ležícími polokruhovými vruby o poloměru 2,5 mm. V místě vrubů je průřez zúžen na šířku 20 mm. Určete součinitel vrubu  $K_f$ . Mez pevnosti oceli je 786 MPa.

$$\frac{r}{h} = \frac{2,5}{20} = 0,125 \quad \frac{w}{h} = \frac{25}{20} = 1,25 \quad \Rightarrow \quad K_t = 2,42$$

$$a = \left( \frac{300 \cdot 6,895 [MPa]}{R_m [MPa]} \right)^{1,8} \cdot 0,0254 = \left( \frac{300 \cdot 6,895}{786} \right)^{1,8} \cdot 0,0254 = 0,145 \text{ mm}$$

$$q = \frac{1}{\left(1 + \frac{a}{r}\right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{0,145}{2,5}\right)} = 0,945$$

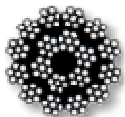
$$K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0,945(2,42 - 1) = 2,34$$

Pokud odhadneme mez únavy součásti bez vrubu za pomoci vztahu:

$$\sigma_{C(\text{bez vrubu})} \approx 0,5R_m = 0,5 \cdot 786 = 393 \text{ MPa},$$

potom mez únavy součásti s uvedeným vrubem bude:

$$\sigma_{C(\text{s vrubem})} = \frac{\sigma_{C(\text{bez vrubu})}}{K_f} = \frac{393}{2,34} = 168 \text{ MPa}.$$



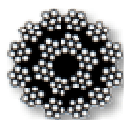
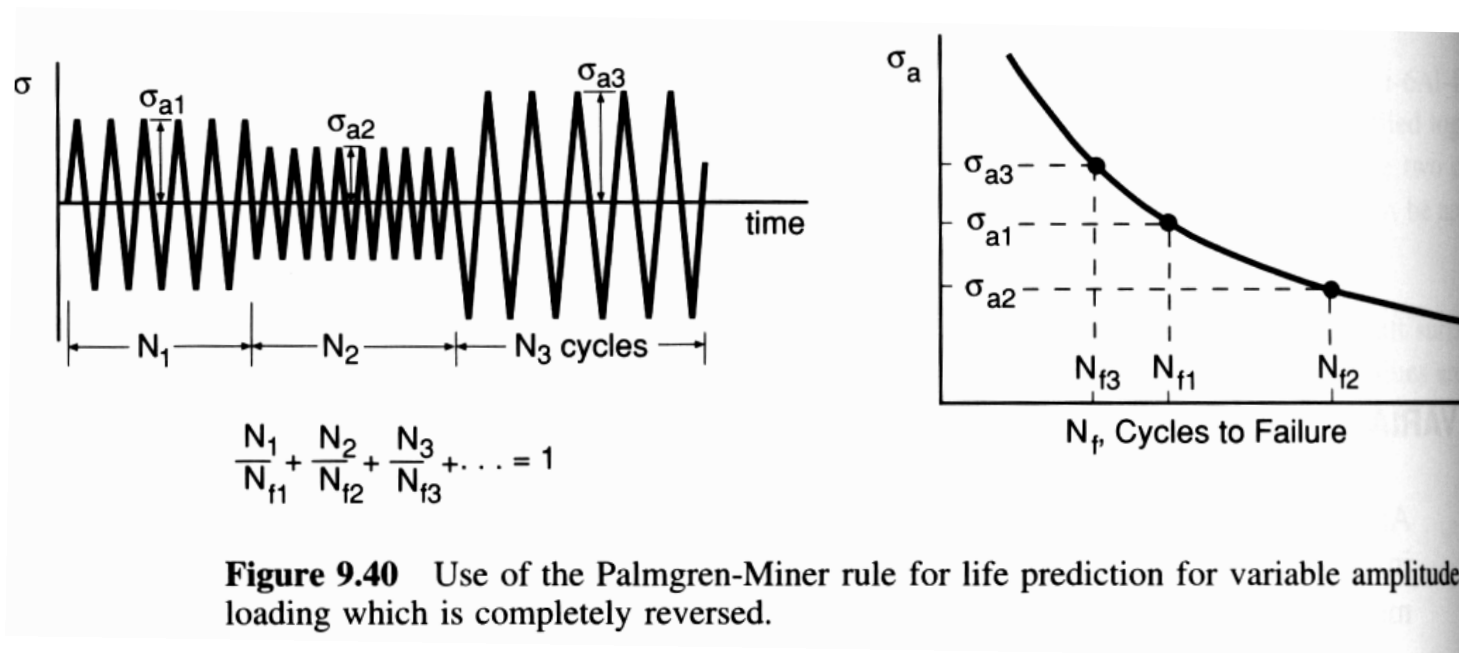


# Kumulace poškození

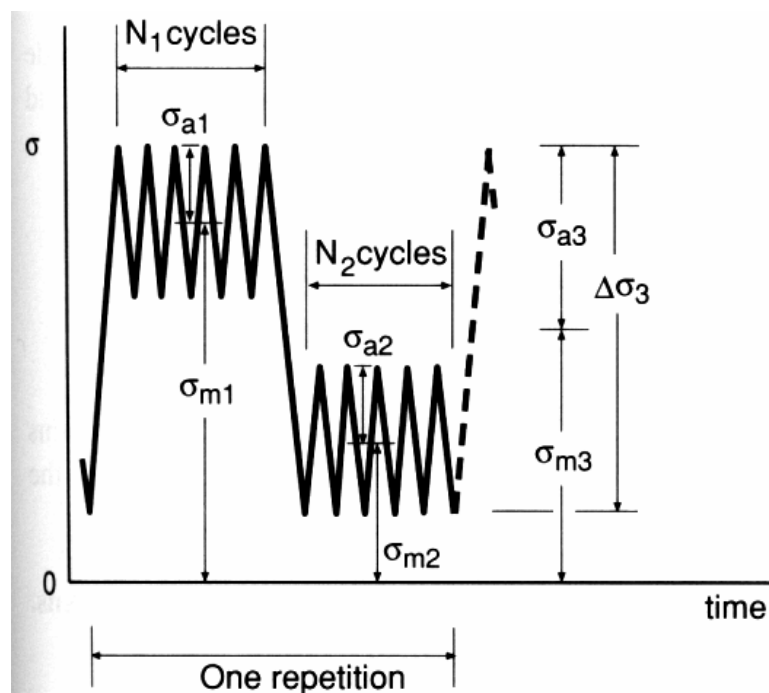
## Palmgren-Minerova hypotéza

Pro 1 zátěžný blok:

$$\frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + \frac{N_3}{N_{f3}} + \dots = \sum \frac{N_j}{N_{fj}} = 1$$



# Kumulace poškození



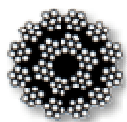
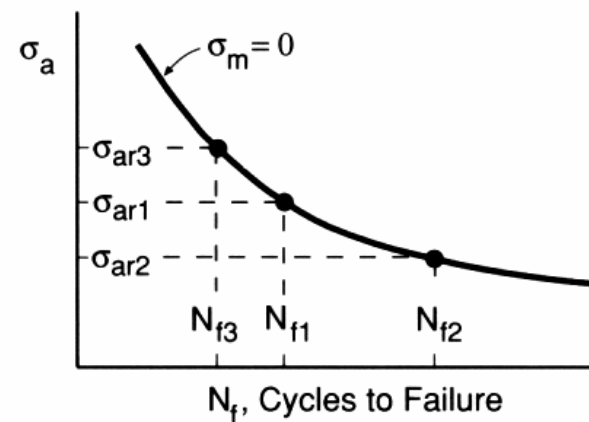
One repetition

jeden zátěžný blok

Pro  $B_f$  zátěžných bloků:

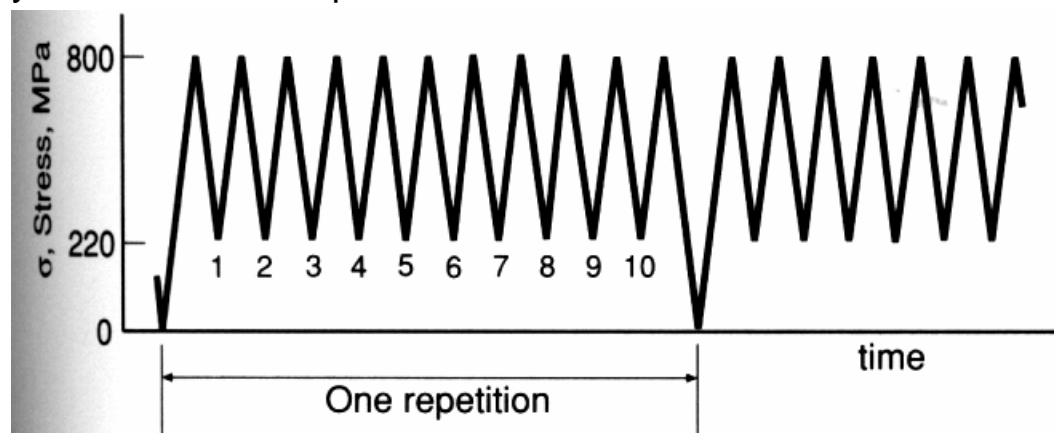
$$B_f \left[ \sum \frac{N_j}{N_{fj}} \right]_{\text{one rep.}} = 1$$

$$B_f \left[ \frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + \frac{1}{N_{f3}} \right] = 1$$



## Příklad

Zkušební těleso z oceli bylo podrobeno opakovanému jednoosému zatěžování (viz obrázek). Určete počet zátěžných cyklů do únavového poškození tělesa.



$j$	$N_j$	$\sigma_{\min}$	$\sigma_{\max}$	$\sigma_a$	$\sigma_m$	$N_{fj}$
1	1	0	800	400	400	$1.36 \times 10^5$
2	10	220	800	290	510	$1.54 \times 10^6$

$$B_f = \frac{1}{\left[ \sum \frac{N_j}{N_{fj}} \right]_{\text{one rep.}}} = \frac{1}{\frac{1}{1.36 \times 10^5} + \frac{10}{1.54 \times 10^6}} = 72,000 \text{ opakování}$$



## Použitá literatura

---

- Bannantine, J.A., Comer, J.J., Handrock, J.L., Fundamentals of metal fatigue analysis, Prentice Hall, New Jersey, 1990
- Dowling, E. N., Mechanical behavior of materials, Simon & Schuster Comp., New Jersey, 1999
- Norton, R. L., Machine design *An integrated approach*, Pearson, New Jersey, 2006
- Růžička, M., Mezní stavy konstrukcí, PowerPointová prezentace, Ústav mechaniky FS ČVUT v Praze. (<http://mechanika.fsid.cvut.cz>)
- Růžička, M., Hanke, M., Rost, M., Dynamická pevnost a životnost, skripta FS ČVUT, 1989
- Kunz, J., Základy lomové mechaniky, skripta ČVUT, 1994
- Vlk, M., Mezní stavy a spolehlivost, skripta VUT, 1991
- Ondráček, E., Vrbka, J., Janíček, P., Mechanika těles pružnost a pevnost II, skripta VUT, 1991
- Janíček, P., Ondráček, E., Vrbka, J., Mechanika těles pružnost a pevnost I, skripta VUT, 1992

