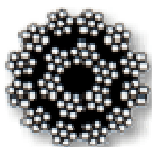
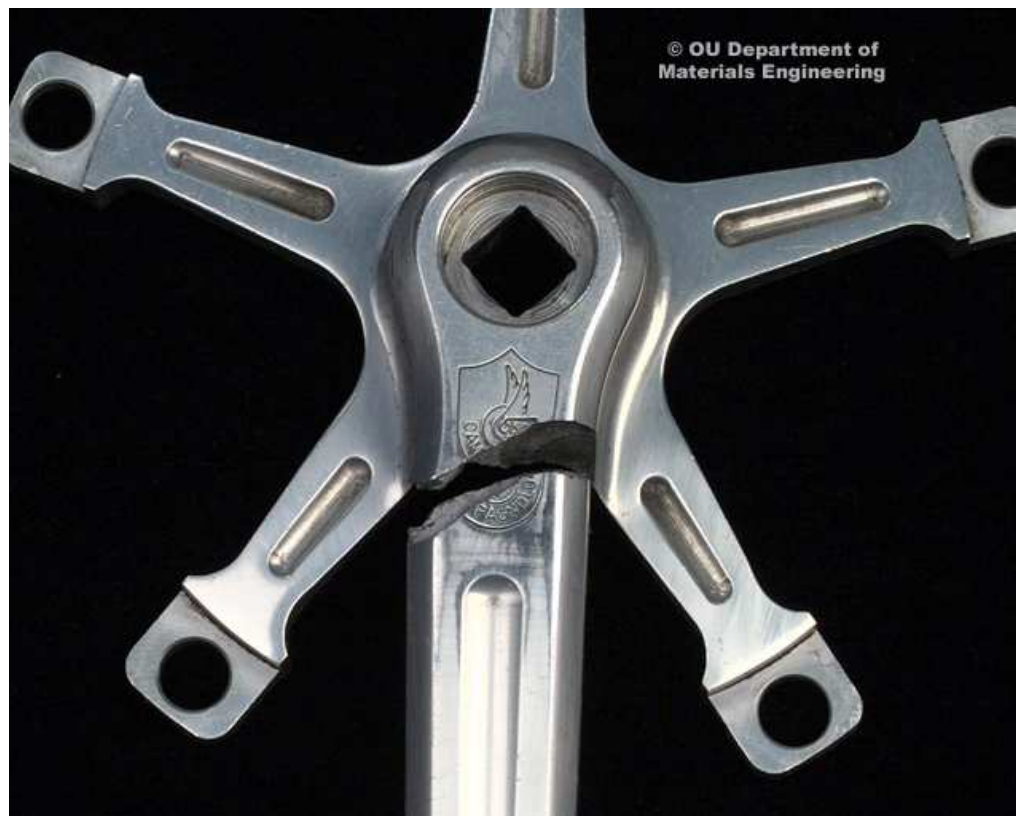


6. Víceosé a náhodné zatěžování



Víceosé zatěžování

Maximální hlavní napětí:

$$\sigma_1 = \sigma_e$$

Maximální smykové napětí:

$$\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right| = \tau_e$$

Maximální hlavní přetvoření:

$$\epsilon_1 = \epsilon_e$$

Maximální smykové přetvoření:

$$\left| \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{2} \right| = \frac{\gamma_e}{2} = \frac{(1 + \nu)\epsilon_e}{2}$$

von Misesovo napětí a přetvoření:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} = \sigma_e$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)]^{1/2} = \sigma_e$$

$$\beta [(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2]^{1/2} = \epsilon_e$$

$$\beta \left\{ (\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_x - \epsilon_z)^2 + 6 \left[\left(\frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_{yz}}{2} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} = \epsilon_e$$

$$\beta = \frac{1}{(1 + \nu)\sqrt{2}}$$

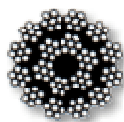


Víceosé zatěžování

Pro použití v Goodmanově diagramu využijeme následující vztahy pro střední napětí a amplitudu:

$$\sigma_m^e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{1m} - \sigma_{2m})^2 + (\sigma_{2m} - \sigma_{3m})^2 + (\sigma_{3m} - \sigma_{1m})^2]^{1/2}$$

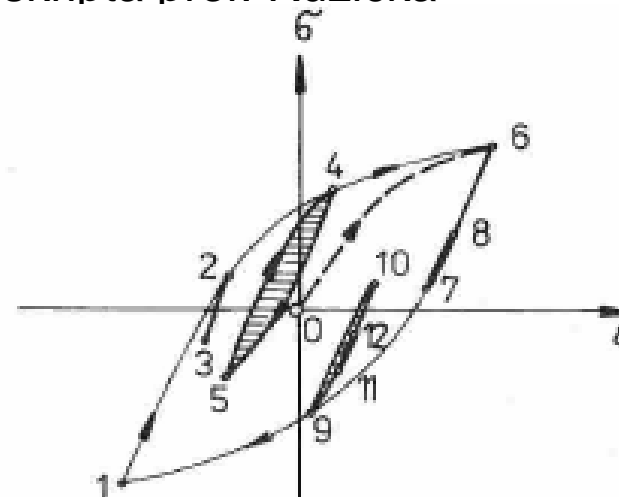
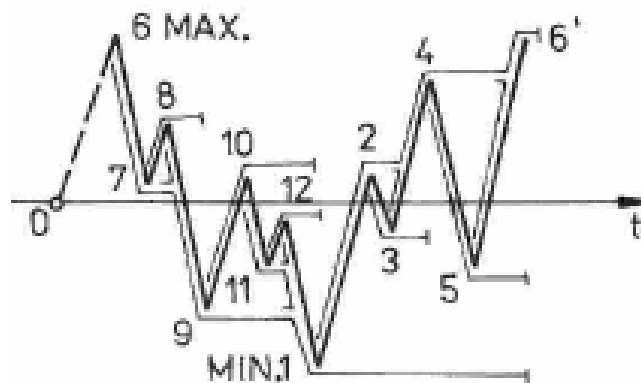
$$\sigma_a^e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2]^{1/2}$$



Náhodné zatěžování

Metoda stékajícího deště (Rain-flow) – skripta prof. Růžička

Proces D:



liché půlkmity

6/1 1/6'

úplné kmity

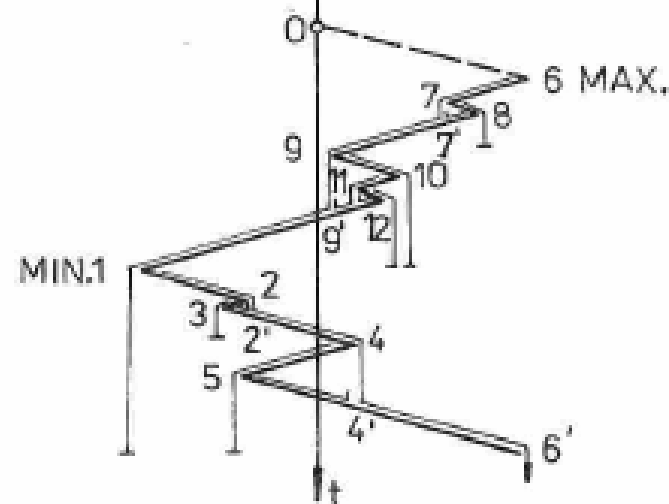
7/8 + 8/7'

9/10 + 10/9'

11/12 + 12/11'

2/3 + 3/2'

4/5 + 5/4'



Náhodné zatěžování

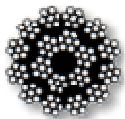
Pravidla pro použití metody rainflow (prof. Růžička):

- a) největším lokálním maximem daného záznamu vyhodnocení začíná a opět končí, přičemž pomocný zahajovací půlkmít 0/6 se nepočítá;
- b) proudy vody vytékají ze všech vnitřních koutů střech, tj. z minima směrem doprava (např. kladný proud 1/6' ve směru +8) nebo z maxima směrem doleva (např. záporný proud 6/1 ve směru -8),
- c) proud vody pokračuje po nižších střechách až do okamžiku, kdy se buď kladný proud dostane během svislého pádu do bodu proti minimu, které je menší než to, v němž proud začal (např. 9/10 do bodu proti 1 < 9) nebo kdy se záporný proud dostane do bodu proti maximu, které je větší než to, v němž proud začal (např. 2/3 do bodu proti 4 > 2); tím se započte 1 rozkmit jako půlkmít (9/10 nebo 2/3)
- d) proud vody pokračuje po nižších střechách až do okamžiku, kdy narazí na proud padající z vyšší střechy (např. 10/9' nebo 3/2'). Tím se definuje další rozkmit stejné velikosti, ale v opačném směru než rozkmit zmíněný v odst. c) a jeho zápočtem se doplňuje paměť na jeden úplný kmit (9/10/9' nebo 2/3/2'), který odpovídá uzavřené hysterezní smyčce.



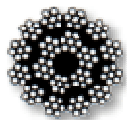
Ukázka kódu pro metodu rainflow v jazyce Fortran (Bannantine a kol.)

```
C    RAINFLOW ALGORITHM I
C
C    THIS PROGRAM RAINFLOW COUNTS A HISTORY OF PEAKS
C    AND VALLEYS IN SEQUENCE WHICH HAS BEEN REARRANGED
C    TO BEGIN AND END WITH THE MAXIMUM PEAK (OR MINIMUM
C    VALLEY). STATEMENT LABELS CORRESPOND TO THE STEPS IN
C    THE RAINFLOW COUNTING RULES.
C
    DIMENSION E(50)
    N = 0
1   N = N + 1
    CALL DATA(E(N),K)
    IF (K.EQ.1) STOP
2   IF (N.LT.3) GO TO 1
    X = ABS(E(N) - E(N - 1))
    Y = ABS(E(N - 1) - E(N - 2))
3   IF (X.LT.Y) GO TO 1
4   RANGE = Y
    XMEAN = (E(N - 1) + E(N - 2))/2.
    N = N - 2
    E(N) = E(N + 2)
    GO TO 2
END
```



Použitá literatura

- Bannantine, J.A., Comer, J.J., Handrock, J.L., Fundamentals of metal fatigue analysis, Prentice Hall, New Jersey, 1990
- Dowling, E. N., Mechanical behavior of materials, Simon & Schuster Comp., New Jersey, 1999
- Růžička, M., Mezní stavy konstrukcí, PowerPointová prezentace, Ústav mechaniky FS ČVUT v Praze. (<http://mechanika.fsid.cvut.cz>)
- Růžička, M., Hanke, M., Rost, M., Dynamická pevnost a životnost, skripta FS ČVUT, 1989
- Vlk, M., Mezní stavy a spolehlivost, skripta VUT, 1991

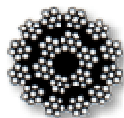


Příloha

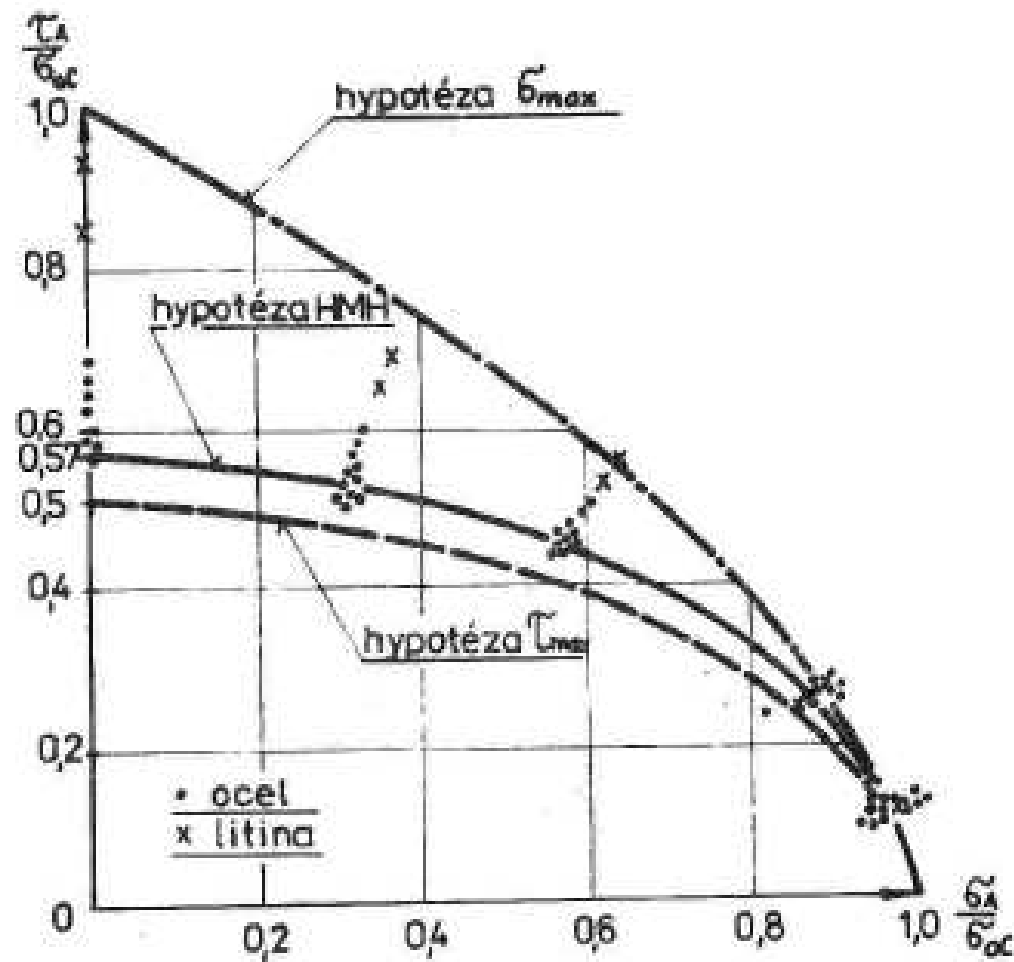
Následující text je převzat z Růžička, M., Hanke, M., Rost, M., Dynamická pevnost a životnost, skripta FS ČVUT, 1989.

2.6.2 Kombinace $\sigma - \tau$

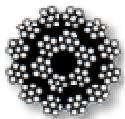
Nejčastější zatížení např. hřídelů, rámců apod. je kombinace ohyb-krut resp. tah (tlak) - krut. Obě zatížení mohou být buď cyklická, případně jedno z nich pouze statické. Experimentální únavové výsledky, vynesené do diagramu v souřadnicích $\bar{\sigma}_A - \bar{\tau}_A$, viz obr. 2.39, ukazují pro houževnaté materiály (ocel) dobrou shodu aproximace kvadrantem elipsy dle hypotézy $\bar{\sigma}_{max}$ resp. HMM.



Příloha



Obr. 2.39 Poměrné hodnoty mezí únavy při kombinovaném namáhání ohybem a krutem



Příloha

Analytický popis mezní čáry ohyb-krut plyne z rovnice

$$\sigma_{Ared} = \sqrt{\sigma_A^2 + (\bar{\alpha} \cdot \tau_A)^2} \leq \sigma_c, \quad (2.91)$$

kde $\sigma_c = \tau_c \cdot \bar{\alpha}$ a

$\bar{\alpha} = 2$ pro hypotézu τ_{max}

$\bar{\alpha} = \sqrt{3}$ pro hypotézu HMH.

Dosažením za σ_{oc} a úpravou dostáváme

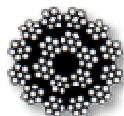
$$\frac{\sigma_A^2}{\sigma_{oc}^2} + \frac{\tau_A^2}{\tau_c^2} = 1. \quad (2.92)$$

Pro materiály křehké (litina) vyhovuje aproximace parabolou ve shodě s hypotézou σ_{max} , kdy pro největší hlavní napětí bude

$$\sigma_{Ared} = \frac{1}{2} \sigma_A + \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{2}\right)^2 + \tau_A^2} \leq \sigma_{oc}; \quad \sigma_{oc} = \tau_c. \quad (2.93)$$

Po dosažení a úpravě plyne

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_{oc}} + \frac{\tau_A^2}{\tau_c^2} = 1. \quad (2.94)$$



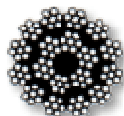
Příloha

Obecný tvar, shrnující uvedené vlastnosti mezní čáry, popisuje empirická rovnice

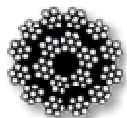
$$\left(\frac{\sigma_A}{\sigma_{oc}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{oc}}{\tau_c} - 1\right) + \frac{\sigma_A}{\sigma_{oc}} \left(2 - \frac{\sigma_{oc}}{\tau_c}\right) + \left(\frac{\tau_A}{\tau_c}\right)^2 = 1. \quad (2.95)$$

Jedná-li se o materiál houževnatý, kdy přibližně platí, že $\frac{\sigma_{oc}}{\tau_c} \approx 2$, dostaneme po dosazení do (2.95) meznou elipsu (2.92). Pro materiály křehké, kdy $\frac{\sigma_{oc}}{\tau_c} \approx 1$ obdržíme parabolu o rovnici (2.94). U vysokopevnostních ocelí a součástí s ostrými koncentratory uijeme obecného tvaru (2.95) pro skutečný poměr $\frac{\sigma_{oc}}{\tau_c}$ daného materiálu určený experimentálně.

Při aplikaci uvedených vztahů u součástí s vruby je třeba samozřejmě dosazovat nominální hodnoty meze únavy reálné součásti σ_{oc}^* , σ_c^* , τ_c^* podle (2.85), (2.86). Je-li pak jedno z kombinací namáhání statické (v čase konstantní), nahradíme mez únavy statickou meznou hodnotou. Zpravidla je to mezí kluzu materiálu.



Zkušební stroj Amsler HFP5100 (ÚFM AV ČR)



Zkušební stroj Shimadzu EHF-F1 (ÚFM AV ČR)



Únavová zkušebna (Ecole Centrale de Lille)

