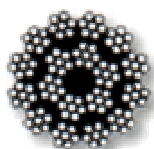
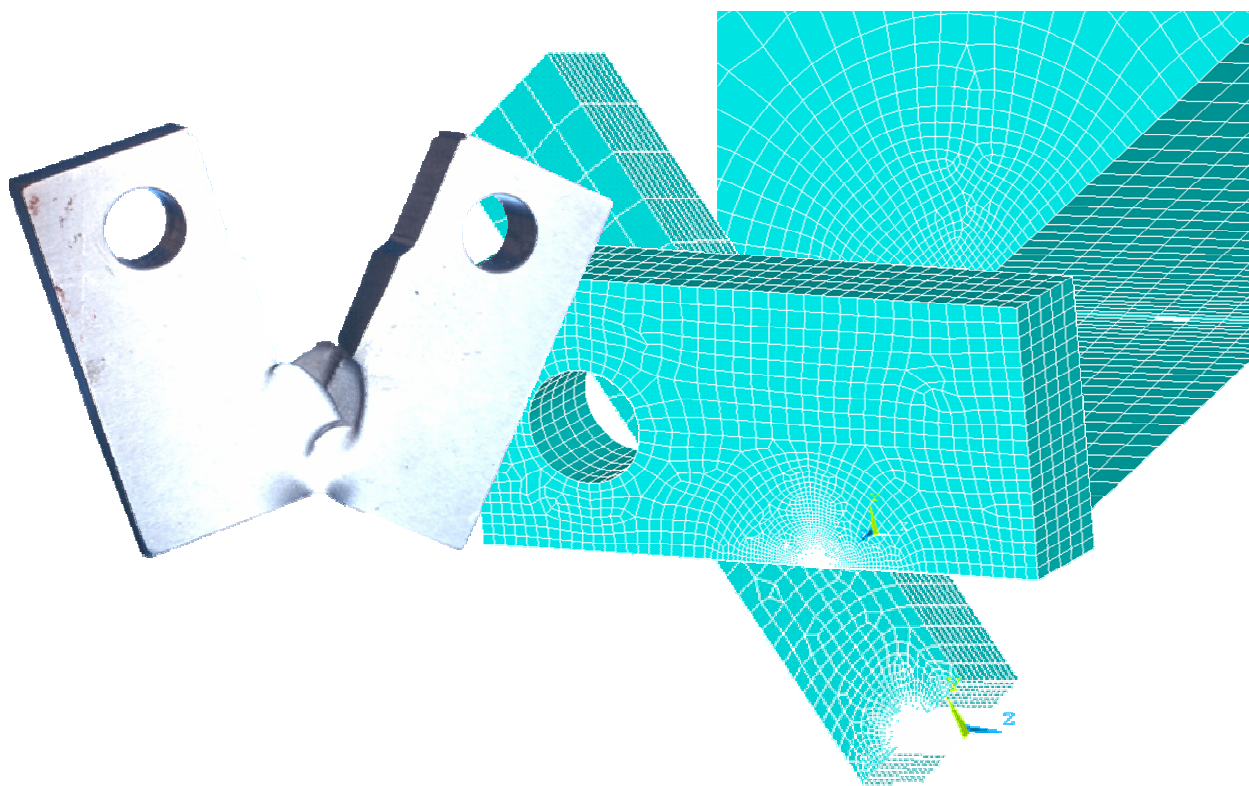


10. Elasto-plastická lomová mechanika

(J-integrál)



J-integrál

- J-integrál je zobecněním hnací síly trhliny a umožňuje použití i v případech plastické deformace většího rozsahu:

$$J = \frac{d}{da}(A - U) \quad \begin{array}{l} A \text{ – práce vnějších sil působících na těleso} \\ U \text{ – deformační energie tělesa} \end{array}$$

- Platí-li podmínky lineárně elastické lomové mechaniky lze s určitými zjednodušeními použít vztahy:

$$J = G = G_I + G_{II} + G_{III}$$

$$J = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-\nu)(K_I^2 + K_{II}^2) + K_{III}^2 \right] \quad \text{pro podmínky rovinné deformace}$$

$$J = \frac{1}{E} \left[K_I^2 + K_{II}^2 + (1+\nu)K_{III}^2 \right] \quad \text{pro podmínky rovinné napjatosti}$$



J-integrál

- J-integrál je zobecněním hnací síly trhliny a umožňuje použití i v případech plastické deformace většího rozsahu:

J-integrál je definovaný jako křivkový integrál nezávislý na integrační cestě:

$$J = \int_{\gamma} W dy - \int_{\gamma} \left(t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) ds$$

γ - integrační cesta kolem kořene trhliny

W - hustota deformační energie

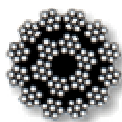
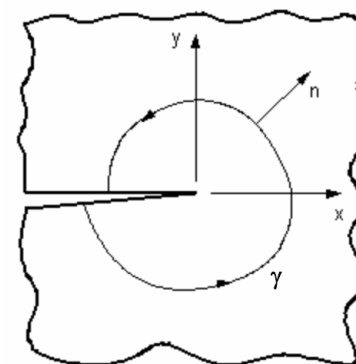
t_x, t_y - vektor síly ve směru osy x, y ($t_x = \sigma_x n_x + \sigma_{xy} n_y, t_y = \sigma_y n_y + \sigma_{xy} n_x$)

σ_x, σ_y - složky napětí

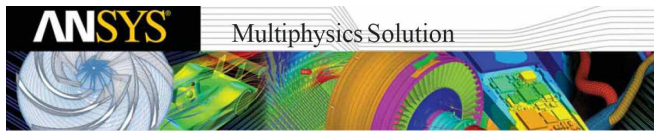
n_x, n_y - složky jednotkového vektoru vnější normály k integrační cestě γ

u_x, u_y - složky posuvů

s – délka integrační cesty



J-integrál



LPATH,NODE(1),NODE(2),NODE(3),NODE(4)

Definuje cestu pro výpočet J-integrálu

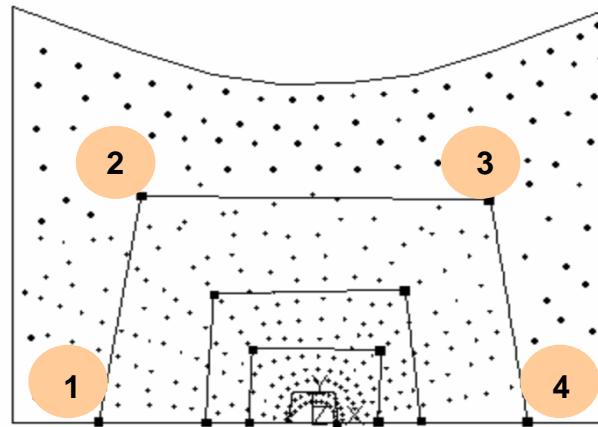
Výpočet prvního integrálu ve vztahu pro J

$$J_A = \int_Y W dy$$

- tabelizace deformační energie a objemu pro jednotlivé elementy (**ETABLE**)
- výpočet hustoty deformační energie W pro jednotlivé elementy (**SEXP**)
- definice integrační cesty křivkového integrálu (**PATH**, **PPATH**)
- přiřazení hodnot hustoty deformační energie W jednotlivým bodům definované cesty (**PDEF**)
- samotný výpočet prvního integrálu (**PCALC**) a přiřazení jeho hodnoty parametru zvoleného jména (***GET**)

Příklad:

```
ETABLE,SENE,SENE  
ETABLE,VOLU,VOLU  
SEXP,W,SENE,VOLU,1,-1  
PDEF,W,ETAB,W  
PCALC,INTG,J,W,YG  
*GET,JA,PATH,,LAST,J
```



J-integrál

Výpočet druhého integrálu ve vztahu pro J

$$J_B = \int_Y \left(t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) ds$$

- načtení hodnot napětí σ_x , σ_y a σ_{xy} po celé délce definované integrační cesty (**PDEF**)
- definice jednotkového vektoru normály integrační cesty (**PVECT**)
- výpočet hodnot t_x , t_y podle uvedených vztahů (**PCALC**)
- výpočet derivací posuvů ($\partial u_x / \partial x, \partial u_y / \partial y$) pomocí dvojího posunutí integrační cesty:
 1. posun integrační cesty o vzdálenost $DX/2=s/200$ (s je délka celé integrační cesty - ***GET**) ve směru záporné osy x (**PCALC**)
 2. přiřazení posuvů u_x a u_y všem bodům posunuté integrační cesty (**PDEF**) → $UX1, UY1$
 3. posun integrační cesty o vzdálenost DX ve směru kladné osy x (**PCALC**)
 4. přiřazení posuvů u_x a u_y všem bodům posunuté integrační cesty (**PDEF**) → $UX2, UY2$
 5. výpočet derivací pomocí rozdílů $(UX2-UX1)/DX$, $(UY2-UY1)/DX$ (**PCALC**)
- samotný výpočet druhého integrálu (**PCALC**) a přiřazení jeho hodnoty parametru zvoleného jména (***GET**)

Příklad:

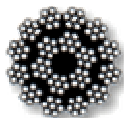
```
PDEF,CLEAR
PVECT,NORM,NX,NY,NZ
PDEF,INTR,SX,SX
PDEF,INTR,SY,SY
PDEF,INTR,SXY,SXY
PCALC,MULT,TX,SX,NX
PCALC,MULT,C1,SXY,NY
PCALC,ADD,TX,TX,C1
PCALC,MULT,TY,SXY,NX
PCALC,MULT,C1,SY,NY
PCALC,ADD,TY,TY,C1
*GET,DX,PATH,,LAST,S
```



```
*SET,DX,DX/100
PCALC,ADD,XG,XG,,,-DX/2
PDEF,INTR,UX1,UX
PDEF,INTR,UY1,UY
PCALC,ADD,XG,XG,,,-DX
PDEF,INTR,UX2,UX
PDEF,INTR,UY2,UY
PCALC,ADD,XG,XG,,,-DX/2
```



```
*SET,C,1/DX
PCALC,ADD,C1,UX2,UX1,C,-C
PCALC,ADD,C2,UY2,UY1,C,-C
PCALC,MULT,C1,TX,C1
PCALC,MULT,C2,TY,C2
PCALC,ADD,C1,C1,C2
PCALC,INTG,J,C1,S
*GET,JB,PATH,,LAST,J
```



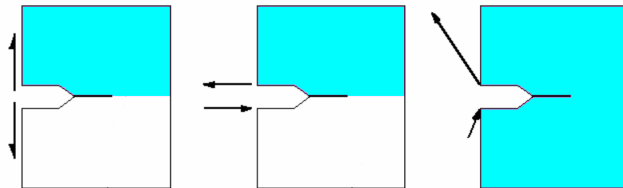
J-integrál

Výpočet J-integrálu:

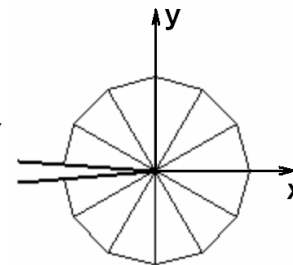
$$J = \int_{\gamma} W dy - \int_{\gamma} \left(t_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + t_y \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) ds \quad J = (J_A - J_B)$$

Doporučení při tvorbě modelu MKP v Ansysu:

- je-li to možné, využívat symetrii



- prvky v okolí čela trhliny by neměly být zdeformované
- síť konečných prvků musí být zhuštěna směrem ke kořeni trhliny
- cesta pro výpočet J-integrálu by měla vést oblastí čistě elastických deformací a měla by být dostatečně vzdálena od kořene trhliny.
- doporučená orientace souřadných os: osa x ve směr líců trhliny, osa y kolmo na čelo trhliny, osa z směr čela trhliny



Použitá literatura:

- Anderson, T.,L., Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications, CRC Press Inc., 1995
- Dowling, E. N., Mechanical behavior of materials, Simon & Schuster Comp., New Jersey, 1999
- Norton, R. L., Machine design *An integrated approach*, Pearson, New Jersey, 2006
- Kunz, J., Základy lomové mechaniky, skripta ČVUT, 1994
- Vlk, M., Mezní stavy a spolehlivost, skripta VUT, 1991
- Ondráček, E., Vrbka, J., Janíček, P., Mechanika těles pružnost a pevnost II, skripta VUT, 1991

